УДК 681.518.5 EDN FNFYGG
https://www.doi.org/10.47813/mip.7.2026.20.3012

Метод расстановки контрольных точек для мониторинга и коррекции состояния динамических систем

М.А. Посохов*, Е.А. Саксонов

Московский технический университет связи и информатики, ул. Авиамоторная, 8А, Москва, 111024, Россия

*E-mail: mikhail.posokhov@yandex.ru

Аннотация. Целью работы является решение задачи расстановки контрольных точек для обнаружения отклонений при функционировании динамического процесса. Расстановка должна обеспечивать минимизацию затрат на контроль. В работе предложен эвристический метод расстановки контрольных точек. Метод основан на замещении многомерной задачи минимизации множеством одномерных задач и суммировании полученных результатов их решения. Проведен анализ предложенного метода путем статистического моделирования в зависимости от значений параметров контроля. По результатам моделирования сформулирована гипотеза об оптимальном размещении точки контроля внутри интервала. Метод позволяет снизить алгоритмическую сложность вычисления минимальных суммарных затрат на контроль состояния динамической системы. Полученные результаты могут быть полезны администраторам динамических систем и применяться на практике для систем различного типа.

Ключевые слова: динамическая система, контрольная точка, расстановка контрольных точек, статистическое моделирование, минимизация затрат на контроль.

Для цитирования: Посохов, М. А. Метод расстановки контрольных точек для мониторинга и коррекции состояния динамических систем / М. А. Посохов, Е. А. Саксонов // Модернизация, Инновации, Прогресс (MIP ENGINEERING-VII-2026): материалы VII Всероссийской (национальной) научной конференции (Красноярск, 11–12 сентября 2026 г.). – Красноярск: Красноярский краевой Дом науки и техники Российского Союза научных и инженерных общественных объединений, 2026. – Т. 20. – С. 99-111. – https://doi.org/10.47813/mip.7.2026.20.3012. – EDN: FNFYGG.

Method of checkpoint setting for monitoring and correction of the state of a dynamic system

M.A. Posokhov*, E.A. Saksonov

Moscow Technical University of Communications and Informatics, Aviamotornaya str., 8A, Moscow, 111024, Russia

*E-mail: mikhail.posokhov@yandex.ru

Abstract. The aim of the paper is the solution of the problem of checkpoint setting to detect deviations in the functioning of a dynamic process. The setting should ensure the minimization of control costs. The paper proposes a heuristic method for checkpoint setting. The method is based on replacing a multidimensional minimization problem with a set of one-dimensional problems and summing up the results of their solution. The analysis of the proposed method was carried out by statistical modeling depending on the values of the control parameters. Based on the modeling results, a hypothesis was formulated about the optimal checkpoint setting within the interval. The method is able to reduce the algorithmic complexity of calculating the minimum total costs of monitoring the state of a dynamic system. The obtained results can be useful for administrators of dynamic systems and applied to practical tasks for systems of various types.

Keywords: dynamic system, checkpoints, checkpoint setting, statistical modeling, minimization of control costs.

For citation: Posokhov, M. A. Method of checkpoint setting for monitoring and correction of the state of a dynamic system / M. A. Posokhov, E. A. Saksonov // Modernization, Innovations, Progress (MIP ENGINEERING-VII-2026): Proceedings of the VII All-Russian (National) Scientific Conference (Krasnoyarsk, September 11–12, 2026). – Krasnoyarsk: Krasnoyarsk Regional Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Public Associations, 2026. – Vol. 20. – P. 99-111. – https://doi.org/10.47813/mip.7.2026.20.3012. – EDN: FNFYGG.

1. Введение

Постоянное усложнение разнообразных технических систем, функционирующих во времени (динамические системы), требует уделять особое внимание правильному выполнению ими установленных функций (нахождению системы в «правильном» состоянии). Однако, реальная система в процессе работы, либо под влиянием внешних воздействий, либо при возникновении неисправностей, может переходить из «правильного» состояния в «плохое», когда установленные функции выполняются неправильно. В этом случае необходимо как можно раньше установить такой переход, чтобы минимизировать время пребывания системы в «плохом» состоянии. Самым эффективным решением является постоянный контроль (мониторинг) работы системы. Однако проведение постоянного контроля может привести к недопустимым затратам на его организацию и проведение. Как альтернативу постоянному контролю, целесообразно рассмотреть вариант организации контроля путем расстановки контрольных точек (моментов контроля) внутри интервала работы системы. В этих точках проводятся контрольные операции, анализируется состояние системы и исправляются обнаруженные «плохие» состояния в «правильные». Поскольку динамическая система функционирует на определенном интервале времени, контрольные точки «устанавливаются» в заданных точках этого интервала, т.е. контроль работы системы производится в заданные моменты времени. Таким образом, точка контроля – это момент проведения контрольной операции.

Большое количество моментов контроля (точек контроля) может привести к неоправданным затратам на организацию и проведение контроля, однако, малое их количество к недопустимо длительному пребыванию системы в «плохом» состоянии.

Затраты на контроль складываются из затрат на проведение контроля в заданные моменты времени, изменения обнаруженных «плохих» состояний на «правильные», а также затрат, связанных с пребыванием системы в «плохих» состояниях от момента их возникновения до момента обнаружения и исправления,

Величина затрат зависит также от числа моментов изменения состояния системы и моментов контроля.

Таким образом, возникает задача оптимизации числа и расстановки точек контроля (определение моментов контроля), решение которой позволит минимизировать затраты на контроль.

Существует большое количество реальных систем, соответствующих представленной выше, например, система, представляющая массив данных, которые могут меняться с

течением времени, конвейер по производству различных изделий [5, 6, 7]. В связи с этим, задача определения моментов контроля состояния динамической системы, актуальна и имеет важное практическое значение.

Решения подобной задачи в различных постановках представлены в ряде публикаций, но опубликованные результаты не позволяют одновременно решать задачу выбора числа контрольных точек и задачу их оптимального размещения в интервале работы системы – (0, B] [1, 2, 3].

Ниже приводится эвристический метод решения, позволяющий минимизировать затраты на контроль при выполнении установленных условий.

2. Постановка задачи

Рассматривается динамическая система, функционирующая на исходном конечном интервале времени (0, B], $0 < B < \infty$.

Моменты перехода системы в «плохое» состояние задаются упорядоченным по возрастанию элементов вектором $\mathbf{t} = (t_1, t_2, ..., t_n)$, где $t_j > t_i$, если $j > i$, $0 < n < \infty$ и $t_n < B$, t_i – значение i-го момента перехода в «плохое» состояние.

Моменты контроля (точки контроля) задаются упорядоченным по возрастанию элементов вектором $\mathbf{z} = (z_1, z_2, ..., z_k)$, где $z_j > z_i$ если $j > i$, $z_k = B$, z_i – значение i-го момента контроля. Здесь условие $z_k = B$ обусловлено необходимостью контроля результатов работы системы по окончании интервала ее работы.

Затраты на контроль объекта складываются из следующих составляющих:

- Затраты на пребывание системы в «плохом» состоянии в течение единицы времени имеют фиксированную величину - a, где $0 < a < \infty$;
- Затраты на создание и эксплуатацию точки контроля (проведение контроля в заданный момент времени и устранение «плохого» состояния) также фиксированы и равны – c, где $0 < c < \infty$.

Значения параметров a и c зависят от конкретных особенностей контролируемого объекта и процесса контроля и определяются в зависимости от требований к качеству контроля и качеству исполнения процесса, сложности исправления выявленных «плохих» состояний, наличием и стоимостью необходимого для контроля оборудования. Важное значение имеет величина отношения a/c при различных значениях которого возможны

крайние решения – либо постоянный контроль ($a >> c$), либо минимум контрольных точек ($c >> a$).

Затраты на контроль, представленные выше, обозначаются далее как $S_0(\mathbf{t}, n, \mathbf{z}, k, B, a, c)$. Затраты на контроль, в случае, когда $k = 2$, вычисляются по формулам (1) или (2) с учетом результатов, приведенных в работе [4]:

$$S_0(\mathbf{t},n,\mathbf{z},2,B,a,c) = a\sum_{\substack{j=1 \\ t_j<z_1}}^{n}\left(z_1 - t_j\right) + a\sum_{\substack{j=1 \\ z_2>t_j>z_1}}^{n}\left(z_2 - t_j\right) + 2c \tag{1}$$

или

$$S_0(\mathbf{t},n,\mathbf{z},2,B,a,c) = a\left[rz_1 + mz_2 - \sum_{j=1}^{n} t_j\right] + 2c \,. \tag{2}$$

Здесь, как было определено выше, $z_2 = B$, r - количество точек вектора **t**, расположенных слева от точки z_1, m - количество точек вектора **t**, расположенных справа от точки z_1. Также выполняется равенство: $r + m = n$. Очевидно, что с увеличением количества точек контроля, задаваемых вектором $\mathbf{z} = (z_1, z_2, ..., z_k)$, возможно снижение значения $S_0(\mathbf{t}, n, \mathbf{z}, k, B, a, c)$. Однако нужно учитывать и затраты на создание и эксплуатацию точек контроля, возрастающие с увеличением числа моментов (точек) контроля.

Таким образом, возникает задача минимизации затрат на контроль путем определения числа точек контроля (моментов контроля) и их размещения внутри исходного интервала работы динамической системы.

3. Вычисление затрат на контроль при *k* > 2

Пусть работа системы происходит в течение интервала времени (0, B] и известен вектор **t** размерности n. В интервале (0, B] должны размещаться все точки контроля, задаваемые вектором $\mathbf{z} = (z_1, z_2, ..., z_k)$. Тогда вычисление затрат проводится по аналогии с (1) по формуле (3):

$$S_0(\mathbf{t},n,\mathbf{z},k,B,a,c) = a\sum_{\substack{j=1 \\ t_j<z_1}}^{n}\left(z_1 - t_j\right) + a\left[\sum_{i=2}^{k}\sum_{\substack{j=1 \\ z_{i-1}<t_j<z_i}}^{n}\left(z_i - t_j\right)\right] + kc \,. \tag{3}$$

Формула (3) позволяют учитывать указанные выше компоненты затрат на контроль такие, как потери от пребывания системы в «плохом» состоянии, затраты на создание и эксплуатацию точек контроля. В случае, когда точка контроля, совпадает с одним из компонент вектора **t** затраты для этой точки равны только затратам на создание и эксплуатацию этой точки.

Ниже приведена таблица 1 с результатами расчетов затрат на контроль при различных значениях $k=5$, $k=7$, $k=9$ и соответствующих векторах ***z***, одним вариантом вектора **t** ($n=30$) и $c=20$, $B=100$, $a=1$.

Таблица 1. Пример расчета суммарных затрат.

t = [1.6, 5.2, 7.6, 14.6, 25.5, 26.7, 28.6, 30.7, 33.3, 35.1, 35.7, 42.6, 49.6, 50.9, 52.2, 54.0, 58.78, 61.6, 68.3, 70.3, 70.8, 74.4, 74.6, 75.6, 76.6, 82.7, 85.1, 87.8, 89.3, 97.5]	
Вектор z	S_0(**t**, *n*, **z**, *k*, *B*, *a*, *c*)
[16.3, 37.6, 89.4, 98.7, 100]	569.02
[23.6, 33.4, 82.8, 93.5, 100]	582.22
[27.8, 73.7, 97.6, 97.6, 100]	683.42
[1.0, 2.3, 10.1, 34.7, 50.5, 67.8, 100]	544.42
[10.1, 29.2, 40.5, 44.3, 50.1, 62.5, 76.5, 87.9, 100]	339.32

Расчеты показали, что разные варианты вектора ***z*** могут давать значительную разницу по величине затрат на контроль. Это обосновывает целесообразность решение задачи минимизации затрат на контроль путем определения вектора $\mathbf{z}^*$, такого, что $S_0(\mathbf{t},n,\mathbf{z}^*,k,B,a,c) \le S_0(\mathbf{t},n,\mathbf{z},k,B,a,c)$ при $\mathbf{z}^* \neq \mathbf{z}$.

Особенность задачи заключается в наличии нескольких факторов, влияющих на величину затрат. Среди таких факторов можно выделить: вектор **t**; количество и расстановку контрольных точек на исходном интервале функционирования системы (0, *B*]; вектор **z**; длительность интервала функционирования системы – *B*; стоимость эксплуатации контрольной точки и устранения обнаруженных «плохих» состояний системы, а также величину потерь за единицу времени пребывания системы в «плохом» состоянии – *c*, *a*. Наличие перечисленных факторов сильно усложняет задачу, повышая ее размерность.

В общем виде задача минимизации затрат на контроль имеет следующий вид:

Дано: интервал работы системы (0, *B*], вектор **t** моментов перехода системы в «плохое» состояние на интервале (0, *B*], размерность вектора **t** равна *n*, стоимостные параметры – *a*, *c*. Требуется найти вектор $\mathbf{z}^* = (z_1^*, z_2^*, ..., z_k^*)$ размерности *k*, такой, что:

$$S_0(\mathbf{t},n,\mathbf{z}^*,k,B,a,c) \le S_0(\mathbf{t},n,\mathbf{z},k,B,a,c) \text{ при } \mathbf{z}^* \neq \mathbf{z}. \quad (4)$$

В таком виде задача является сложной задачей нелинейного программирования, поскольку требуется определить не только компоненты, но и размерность вектора $\mathbf{z}^*$. Размерность задачи при фиксированных параметрах a, c для реальных динамических систем может превышать 10^3 при больших значениях B.

В связи с этим представляет практический интерес разработка метода определения количества контрольных точек и их расстановки на интервале $(0, B]$, минимизирующего затраты на контроль, не зависящего от параметров n, k и B. Метод должен обладать невысокой вычислительной трудоемкостью и позволять получать приемлемые (по величине затрат на контроль) решения.

4. Эвристический метод минимизации затрат на контроль

Здесь предлагается эвристический метод получения вектора $\mathbf{z}$ заданной размерности. Метод основан на минимизации затрат на контроль на отдельных интервалах (подинтервалах), на которые разбивается исходный интервал работы системы. При этом затраты на контроль на исходном интервале складываются из затрат на подинтевалах.

Пусть задан исходный интервал $(0, B]$, который делится на d смежных подинтервалов $B_1 = (0, C_1]$, $B_2 = (C_1, C_2]$, …, $B_d = (C_{d-1}, C_d]$, где $C_d = B$. Номер подинтервала совпадает со значением индекса в указателе правой границы подинтервала. В каждом подинтервале размещается одна точка контроля внутри и вторая на его правой границе. Таким образом, вектор контроля $\boldsymbol{z}$ имеет размерность $k = 2d$. Точка контроля внутри каждого подинтервала размещается так, чтобы минимизировать затраты на контроль для этого подинтервала. Эти затраты на подинтервале номер m обозначаются $S_m\left(\mathbf{t}_m, n_m, \mathbf{z}_m^*, 2, B_m, a, c, d\right)$, где $\mathbf{t}_m$ часть элементов вектора $\mathbf{t}$, находящаяся внутри подинтервала номер m; n_m – размерность вектора $\mathbf{t}_m$ задающего множество точек вектора $\boldsymbol{t}$ внутри подинтервла номер m; $\mathbf{z}_m^*$ - вектор оптимальных контрольных точек для подинтервала m, 2 – размерность вектора $\mathbf{z}_m^*$, $B_m = (C_{m-1}, C_m]$– подинтервал номер m. При этом: $\bigcup_{m=1}^{d} t_m = \mathbf{t}$, $\bigcup_{m=1}^{d} B_m = (0, B]$, $\sum_{j=1}^{d} n_j = n$.

Общие затраты на контроль на интервале $(0, B]$, в этом случае, вычисляются по формуле:

$$S_0\left(\mathbf{t}, n, \mathbf{z}^*, 2d, B, a, c, d\right) = \sum_{m=1}^{d} S_m\left(\mathbf{t}_m, n_m, \mathbf{z}_m^*, 2, B_m, a, c\right) \quad (5)$$

Поиск оптимальной точки контроля на каждом подинтервале, при известном векторе **t**, возможен пошаговым методом изменения значения точки контроля. Однако этот метод не пригоден в случае, когда вектор **t** заранее не известен.

Здесь предлагается метод поиска путем статистического моделирования. Поиск проводится по единому для всех d подинтервалов алгоритму. Для исследования (моделирования) берутся три варианта размещения контрольной точки внутри подинтервала: 1) точка располагается на расстоянии 1/3 длины подинтервала от начала подинтервала, 2) точка располагается в середине подинтервала, 3) точка располагается на расстоянии 2/3 длины подинтервала от начала подинтервала. Такой алгоритм достаточно универсален, поскольку позволяет сразу оценить вероятное расположение оптимальной точки внутри интервала, так как функция $S_m\left(\mathbf{t}_m, n_m, \mathbf{z}_m^*, 2, B_m, a, c\right)$ является унимодальной. Также, метод не зависит от размерности вектора **t**.

При моделировании формировался случайный вектор **t** и исследовались три указанных варианта расположения контрольной точки с вычислением величины затрат на контроль S_0(**t**, n, **z**, 2, B, a, c) по формуле (1). Было проведено моделирование для 200 различных вариантов вектора **t**, при размерностях $n=10$, $n=20$, $n=50$ и $n=2000$. Каждый вариант вектора **t** формировался случайным образом (использовалось равномерное распределение). и для этого варианта исследовались расстановки контрольной точки 1), 2), 3). По результатам моделирования вычислялось среднее значение величины затрат на контроль по всем испытаниям для конкретного значения n. По результатам моделирования составлена таблица 2.

Таблица 2. Результаты моделирования.

Размерность вектора t	**Число испытаний**	**Вариант расположения контрольной точки**	**Средняя величина затрат на контроль**
$n=10$	200	1)	281.97
		2)	**248.56**
		3)	275.47
$n=20$	200	1)	545.71
		2)	**502.12**
		3)	558.37
$n=50$	200	1)	1397.72
		2)	**1249.47**
		3)	1395.22
$n=2000$	200	1)	55515.18
		2)	**49956.6**
		3)	55566.35

По результатам моделирования, представленным в таблице 2, можно сделать следующие выводы:

- При увеличении размерности вектора **t** (*n*) повышается средняя величина затрат на контроль;
- Независимо от размерности и состава вектора **t** минимальная средняя величина затрат на контроль с высокой вероятностью достигается при размещении точки контроля по варианту 2), т.е. в середине подинтервала.

Достоинством предлагаемого подхода, основанного на моделировании, является возможность распространения результатов на случай, когда вектор **t** заранее не известен. По результатам моделирования стало возможным выдвинуть гипотезу: средняя величина затрат на контроль при одной точке контроля внутри интервала, при равномерном распределении точек вектора **t** на интервале достигает минимума, если точка контроля размещена в центре интервала. Гипотеза распространяется на векторы ***t*** независимо от их размерности. Однако, следует отметить, что подтверждение гипотезы для произвольного вектора **t** требует проведения более глубоких исследований. Возможно распространение гипотезы на случай пуассоновского потока моментов изменения состояния динамической системы при формировании вектора **t**.

5. Определение числа подинтервалов контроля - *d*

Важным шагом исследования является определение зависимости величины затрат на контроль $S_0\left(\mathbf{t}, n, \mathbf{z}^*, 2, B, a, c, d\right)$ от числа подинтервалов – *d*, на которые разбивается исходный интервал (0, *B*], и определении оптимального значения d^*. При разбиении на *d* подинтервалов, число контрольных точек равно $k = 2d$. В этом случае, в зависимости от величины *d*, суммарная величина затрат на создание и эксплуатацию точек контроля становится равной $2dc$ и при больших значениях *c* эта величина может сильно влиять на величину затрат на контроль.

Ниже, на рисунке 1, приведены графики иллюстрирующие зависимость затрат на контроль от количества подинтервалов *d* при $\mathbf{t} = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]$, и различных значениях параметра $a = 0{,}1$; $a = 1$; $a = 5$, $B = 7$, $c = 1$ и c = 10.

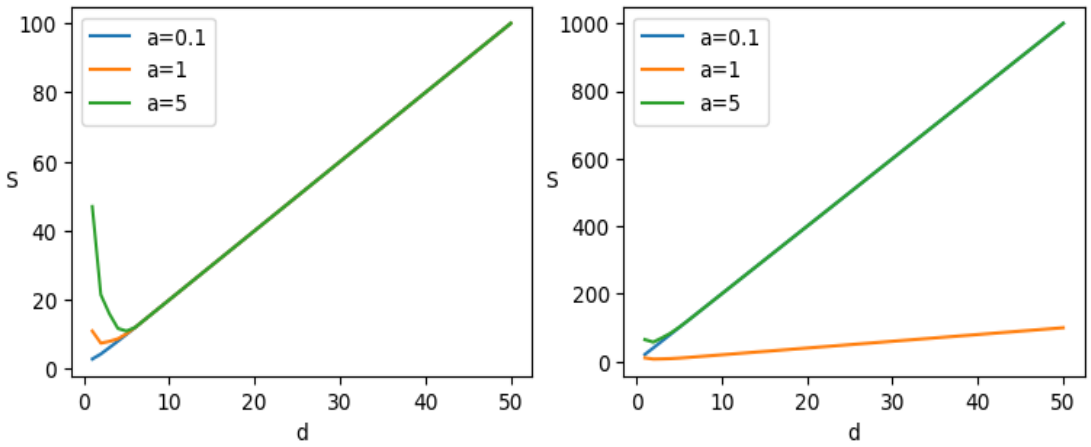

Рисунок 1. Графики зависимости затрат на контроль от количества подинтервалов при разных значениях параметра *c*.

Из графиков следует, что при большем количестве подинтервалов снижение затрат происходит только при малом значении *c* (левый график). На правом графике показано изменение величины затрат, при достаточно большом значении *c*.

Из графиков также следует, что при больших значениях *c* для минимизации затрат может потребоваться минимальное число подинтервалов, а при малых значениях *c* возможно оптимизировать величину затрат (формула 5) по параметру *d*. При этом необходимо учитывать величину отношения *a*/*c*.

При расчетах использовалась гипотеза, согласно которой внутри каждого подинтервала точка контроля расположена в середине подинтервала. Таким образом, суммарные затраты на контроль при разбиении исходного интервала (0, *B*] складываются из минимальных затрат на каждом подинтервале, что можно рассматривать как приближение к минимальным затратам на контроль.

Было проведено моделирование при $n = 10$, $n = 20$, $n = 50$, $n = 2000$. Формировалось по 100 случайных векторов **t** с указанными размерностями и для каждого вычислялись затраты на контроль при заданном числе подинтервалов – *d*. $(a = 0.1, a = 1, a = 5, c = 10)$. Полученные результаты усреднялись по количеству испытаний для каждой размерности векторов **t**. Результаты моделирования приведены в таблице 3.

Таблица 3. Результаты моделирования.

Размерность вектора t - *n*	***a***	**Число подинтервалов *d***	**Средняя величина затрат на контроль**
10	0.1	2	47.78
	1		115.94
	5		422.55

	0.1	3	64.38
	1		104.27
	5		282.12
20	0.1	2	58.83
	1		226.62
	5		975.96
	0.1	3	71.63
	1		176.11
	5		642.06
	0.1	4	87.91
	1		158.45
	5		461.81
50	0.1	2	93.54
	1		582.85
	5		2736.01
	0.1	3	94.172
	1		397.96
	5		1765.08
	0.1	4	104.67
	1		325.96
	5		1320.03
	0.1	5	118.98
	1		290.68
	5		1044.016
2000	0.1	2	2507.75
	1		24728.88
	5		123643.55
	0.1	3	1702.58
	1		16452.3
	5		81977.9
	0.1	4	1305.13
	1		12341.33
	5		61456.35
	0.1	10	682.73
	1		5017.46
	5		24301.03
	0.1	20	635.78
	1		2754.12
	5		12174.86

Важно отметить, что нахождение числа подинтервалов d^*, минимизирующего затраты на контроль, приводит к необходимости иметь $k = 2d^*$ точек контроля, что не всегда выполнимо.

Поэтому была рассмотрена задача минимизации затрат на контроль, когда задано число точек контроля k и требуется провести разбиение исходного интервала $(0, B]$ на подинтервалы так, чтобы обеспечить требуемое число точек контроля.

Особенность этой задачи заключается в том, что каждый подинтервал всегда содержит 2 точки контроля, поэтому число подинтервалов зависит от значения параметра k: если k – четное число, то $d = k/2$, но если k нечетное число, то число $d = (k+1)/2$ и последний подинтервал имеет одну точку контроля на границе исходного интервала – B.

При этом величина затрат на контроль вычисляется по формулам (6) и (7), которые получены по аналогии с формулой (3).

- k четное число:

$$S_0(\mathbf{t}, n, \mathbf{z}, k, B, a, c) = \sum_{i=1}^{\frac{k}{2}} \left[\sum_{z_{2i-2} < t \le z_{2i-1}} a(z_{2i-1} - t) + \sum_{z_{2i-1} < t \le z_{2i}} a(z_{2i} - t) \right] + kc \tag{6}$$

- k нечетное число:

$$S_0(\mathbf{t}, n, \mathbf{z}, k.B, a, c) = \sum_{i=1}^{\frac{k-1}{2}} \left[\sum_{z_{2i-2} < t_i \le z_{2i-1}} a(z_{2i-1} - t) + \sum_{z_{2i-1} < t_i \le z_{2i}} (z_{2i} - t) \right] + \sum_{z_{k-1} < t_i \le B} a(B - t) + kc. \tag{7}$$

Приведенные формулы дают возможность исследовать зависимость затрат от количества точек контроля - k на исходном интервале функционирования системы, что дополняет результаты, полученные для заданного количества подинтервалов – d. Формулы (6) и (7) расширяют область применения модели, дополняя решение возможностью задавать требуемое количество точек контроля – k с учетом ограничений на состав вектора $\mathbf{z}$.

6. Заключение

В работе предложен эвристический метод минимизации затрат на контроль состояния динамической системы.

Метод заключается в разбиении исходного интервала функционирования системы на подинтервалы, в каждом из которых содержится 2 точки контроля (одна внутри подинтервала, вторая на правой границе) и минимизации затрат на контроль в каждом подинтервале, путем нахождения места внутренней точки контроля. Общие затраты на контроль за все время функционирования системы складываются из затрат на подинтервалах. Таким образом, многомерная задача определения оптимального вектора расстановки контрольных точек (моментов контроля) $\mathbf{z}^*$ сводится к последовательному решению одномерных частных задач. Это значительно снижает вычислительную трудоемкость получения решения.

Проведено статистическое моделирование частных задач метода: задача минимизации затрат при одной точке контроля и задача поиска оптимального разбиения исходного интервала работы системы (0, B]. Найдены решения задач, методом статистического моделирования, позволившие сформулировать гипотезу о размещении точки контроля внутри интервала, минимизирующем среднюю величину затрат на контроль. Гипотеза заключается в том, что при равномерном распределении точек вектора подинтервала, точка контроля должна находиться в центре подинтервала.

Рассмотрен вариант решения задачи минимизации затрат на контроль при заданном числе точек контроля k, который требует рассмотрения случаев с четным и нечетным числом контрольных точек. Следует отметить, что на практике вектор **t** известен не всегда и, либо требуются дополнительные исследования для его прогнозирования, либо необходимо рассматривать задачу, где вектор **t** формируется как поток событий, связанных с изменением состояния системы. В связи с этим, результаты моделирования можно распространить на случай, когда вектор **t** заранее не известен.

В дальнейшей работе целесообразно исследовать зависимость величины затрат на контроль от величины B (длительность функционирования системы) и статистической оценки справедливости гипотезы. Кроме того, представляет практический интерес анализ загрузки контрольных точек, что может оказать влияние на выбор их количества при ограничениях на допустимую величину затрат на контроль.

Предложенный метод может эффективно применяться при решении задач большой размерности и исследования динамических систем различного назначения.

Список литературы

1. Леонтьев, А. С. Методика выбора контрольных точек при решении функциональных задач / А. С. Леонтьев, М. С. Тимошкин // Форум молодых ученых. – 2023. – № 4(80). – С. 63-69. – https://doi.org/10.46566/2500-4050_2023_80_63. – EDN: IKOIZX.
2. Леонтьев, А. С. Разработка методики выбора контрольных точек в вычислительных комплексах со структурной избыточностью / А. С. Леонтьев, М. С. Тимошкин // Наукосфера. – 2023. – № 4-2. – С. 242-253. – https://doi.org/10.5281/zenodo.7860606. – EDN: UOTQCY.
3. Марон, М.А., Модели, методы и алгоритмы управления контролем качества в динамике сложных проектов: диссертация … канд. физ.-мат. наук: 05.13.18 / Марон Максим Аркадьевич. – Москва, 2019. – 146 с. – EDN: QQBZTX.

4. Посохов, М. А. Детерминированная модель контроля динамических объектов / М. А. Посохов, Е. А. Саксонов // Телекоммуникационные и вычислительные системы - 2024: Сборник трудов тридцать второго международного научно-технического форума, Москва, 11–15 ноября 2024 года. – Москва: Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский технический университет связи и информатики", 2024. – С. 289-292. – EDN: UKQVJU.
5. Chandy, K. M. A survey of analytic models of rollback and recovery strategies / K. M. Chandy // Computer. – 1975. – Vol. 8, No. 5. – P. 40-47. – https://doi.org/10.1109/C-M.1975.218955.
6. Chandy, K. M. Rollback and recovery strategies for computer programs / K. M. Chandy, C. V. Ramamoorthy // IEEE Transactions on Computers. – 1972. – Vol. C-21, No. 6. – P. 546-556. – https://doi.org/10.1109/TC.1972.5009007.
7. Young, J. W. A first order approximation to the optimum checkpoint interval / J. W. Young // Communications of the ACM. – 1974. – Vol. 17, No. 9. – P. 530-531. – https://doi.org/10.1145/361147.361115.